امتحان مادة الاحتمالات S09 النهائي :

ملاحظات حول الامتحان:

- **للزميل XACKER جزيل الشكر على كتابة الاسئلة**
- أغلب الاسئلة كانت بـ3 خيارات وخيار (جميع الخيارات السابقة غير صحيحة)
- المفاجأة كانت أن كثيرا من الأجوبة كان جوابها (جميع الخيرات غير صحيحة) ...
- الاسئلة مجملها جيدة وشاملة
- جميع الاسئلة الموجودة هنا تذكرة عن اسئلة الامتحان لصعوبة حتى على تهريب المسودة ☹
- **يرجى التأكد من الحل فهذا حل طالب وليس استاذ**

1. شركة حصلت على 5 نماذج لمصابيح إنارة من متعهدين A, B, 3 عروض من المتعهد A و 2 عرض من B.. يتم اختيار نموذجين، ما احتمال أن يكون النموذجين من المتعهد A

حالات اختيار المصباحين $C_2^5 = \frac{5!}{3!\ 2!} = 10$

عدد حالات اختيار مصابيح المتعهد A $C_2^3 = \frac{3!}{2!\ 1!} = 3$

عدد حالات اختيار مصابيح B $C_2^2 = \frac{2!}{2!\ 0!} = 1$

احتمال أن يكون النموذجين من الشركة A هو $P(A) = \frac{A}{\Omega} = \frac{3}{10}$

إذا علمت أن النموذجين من نفس الشركة فما احتمال أن يكونا من A

$$P(A \mid H) = \frac{0.3}{0.1+0.3} = 0.75$$

2. حساب معامل الارتباط للمتحولين العشوائيين المنفصلين X, Y علماً أن جدول التوزيع معطى (مثال محلول من المقرر)

Y / X	2	3	4	Total
2	0.06	0.15	0.09	0.30
3	0.14	0.35	0.21	0.70
Total	0.20	0.50	0.30	1

$$\rho(X,Y) = \frac{Cov(X,Y)}{\sigma_x \sigma_y} = 0$$

لأن COV(X,Y)=0 لان الحدثين مستقلين

3. معمل لديه 3% من الإنتاج تالف، المطلوب حساب تباين الإنتاج غير التالف علماً أن كمية الإنتاج 60 مصباح.

نلاحظ هنا أن التوزيع برنولي (تالف أو غير تالف) وهو ثنائي الحد (n=60)

$$V(X) = npq = 60 * 0.03 * 0.97 = 1.746$$

4. المطلوب حساب عامل الارتباط للمتحولين العشوائيين X, Y المستمرين .. التابع (x+y) بحيث المتحولين معرفين بين 0 و 1

$$f(x,y) = \begin{cases} x+y & ; \quad 0<x<1 \quad ,0<y<1 \\ 0 & ;eleswhere \end{cases}$$

$$E(XY)=\int_0^1\int_0^1 xy(x+y)dxdy=\frac{1}{3}$$

5. مسألة المقسم الهاتفي وورود مكالمات خلال ساعات معينة .. التوزيع بواسوني بوسيط 1.4
التوزيع البواسوني : الحساب عدد المكالمات خلال دقيقة واحدة اي x=1

$$P(x;\lambda)=e^{-\lambda}\frac{\lambda^x}{x!}\geq 0\Rightarrow e^{-1.4}\frac{1.4^1}{1!}=0.1$$

6. مسألة طول الشخص والحصول على طول بين 161.5 و 188.5.. في بالموضوع توزيع طبيعي بوسيطين N(175,36).

$$P(161.5<x<188.5)=P\left(\frac{161.5-175}{6}<x<\frac{188.5-175}{6}\right)$$

$$=P(-2.25<x<2.25)=2\Phi(2.25)-1=2*0.9878-1=0.9765$$

7. إذا كانت $X_1,X_2,\ldots,X_n,\cdots$ **متتالية من المتحولات العشوائية المستقلة والتي لكل منها التوزيع البواسوني بوسيط** $\lambda=0.5$.

فإذا كان: $Y_{36}=X_1+X_2+\cdots+X_{36}$ **ماهو قيمة الاحتمال** $P(60<Y_{36}<90)$

مستخدما $[p(Z\leq 1.25)=0.8944, p(Z\leq 1.7)=0.9554, p(Z\leq 1.75)=0.9599]$

حسب مبرهنة النهاية المركزية

$$N(n\mu;n\sigma^2)=N(18,18)$$

$$P(60<Y_{36}<90)=P\left(\frac{60-18}{3\sqrt{2}}<\frac{Y_{36}-18}{3\sqrt{2}}<\frac{90-18}{3\sqrt{2}}\right)$$

هذا السؤال فيه قصة ؟؟؟؟؟

8. مسألة جهاز يرسل إشارات 0 و 1 بخطأ في النوع 0 قيمته 5% وخطأ في النوع 1 قيمته 15%
علماً أن نسبة الإشارات من النوع 0 يساوي 60%

$$P(A)=\sum_{i=}^{n}P(B_i)P(A|B_i)=0.05*0.6+0.15*0.4=0.09$$

9. شركة حصلت على 5 نماذج لمصابيح إنارة من متعهدين A, B, 3 عروض من المتعهد A و 2 عرض من B.. يتم اختيار نموذجين، ما احتمال أن يكون النموذجين للمتعهد نفسه.

$C_2^5=\frac{5!}{3!\ 2!}=10$ حالات اختيار المصباحين

$C_2^3=\frac{3!}{2!\ 1!}=3$ عدد حالات اختيار مصابيح المتعهد A

$C_2^2=\frac{2!}{2!\ 0!}=1$ عدد حالات اختيار مصابيح B

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)=0.3+0.1=0.4$$

10. معطى دالة الكثافة الاحتمالية (التوزيع الأسي)

$$f(x)=\begin{cases}2e^{-2x} & ; \quad x\geq 0\\ 0 & ; \quad otherwise\end{cases}$$

والمطلوب تحديد تابع التوزيع الاحتمالي

الحل:

$$F(x)=\begin{cases}0 & ; \quad x<0\\ 1-e^{-2x} & ; \quad x\geq 0\end{cases}$$